

6. Let $U(F)$ and $V(F)$ be two vector spaces. Let $T:U(F) \rightarrow V(F)$ be linear Transformation. Then the rangeset, $R(T)$ is a Subspace of $V(F)$.
 $U(F)$, $V(F)$ లు రెండు సదిశాంతరాళములు $T:U(F) \rightarrow V(F)$ అను ఋజు పరివర్తన అయిన వ్యాప్తి సమితి $R(T)$ అనునది, $V(F)$ కు ఉపాంతరాళము.

7. Find the eigen roots and the Corresponding eigen vectors of the Matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ మాత్రిక యొక్క లాక్షణిక మూలాలు, లాక్షణిక సదిశలు కనుగొనండి..

8. Find the Unit vector orthogonal to $(4, 2, 3)$ is R^3
 R^3 లో సదిశ $(4, 2, 3)$ కు అభిలంబ యూనిట్ సదిశను కనుగొనుము.

PART - B

Answer the following questions.

(5×10=50)

కింది ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

9. Show that the necessary and sufficient condition for a non empty subset of w a vector space. $V(F)$ to be a subspace of V is that $a, b \in F, \alpha, \beta \in w \Rightarrow a\alpha + b\beta \in w$
 w అనునది $V(F)$ అను సదిశాంతరాళము యొక్క శూన్యేతర ఉపసమితి, w అనునది $V(F)$ కు ఉపాంతరాళము అగుటకు అవశ్యక పర్యాప్త నియమము $a, b \in F, \alpha, \beta \in w \Rightarrow a\alpha + b\beta \in w$:

(OR/లేదా)

10. If S, T are the subset of a vector space $V(F)$, then

(i) $S \subseteq T \Rightarrow L(S) \subseteq L(T)$ (ii) $L(S \cup T) = L(S) + L(T)$

$V(F)$ సదిశాంతరాళమునకు S, T లు రెండు ఉపాంతరములుకు ఉపసమితులు అయితే

(i) $S \subseteq T \Rightarrow L(S) \subseteq L(T)$

(ii) $L(S \cup T) = L(S) + L(T)$

అని చూపించండి.

11. Let $V(F)$ be a finite dimension vector space and $S = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n\}$ is a L.I. subset of V then either S it self a basis of V or S can be extended to form a basis of V .

$V(F)$ అనేది ఒక పరిమిత పరిమాణ సదిశాంతరము మరియు $S = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n\}$ అనేది V కు ఒక స్వతంత్ర సదిశల ఉపసమితి అయితే S అనేది V కు ఆధారము అవుతుంది. లేదా S ను V ఆధారమయ్యే విధముగా విస్తరించ వచ్చును.

(OR/లేదా)

6. Find div F and curl F where $F = \text{grad}(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)$.

$F = \text{grad}(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)$ అయిన div F మరియు curl F లను కనుగొనండి.

7. If $F = 3xyi - y^2j$, evaluate $\int_C F \cdot dr$ where C is the curve $y = 2x^2$ in xy -plane from (0,0) to (1,2).

$F = 3xyi - y^2j$ అయితే $y = 2x^2$ అనుపక్షము C పై xy -తలంలో (0,0) నుండి (1,2) వరకు F యొక్క రేఖా సమాకలని రాబట్టండి.

8. Evaluate $\int_C (\cos x \sin y - xy) dx + \sin x \cos y dy$, by Green's theorem where C is the circle $x^2 + y^2 = 1$.

$x^2 + y^2 = 1$ అనే గోళ వక్రము C పై గ్రీన్ సిద్ధాంతం ఉపయోగించి $\int_C (\cos x \sin y - xy) dx + \sin x \cos y dy$ విలువ లెక్కించండి.

SECTION - B

Answer the following questions.

(5×10=50)

క్రింది ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

9. a) Show that finite integral domain is a field.

పరిమిత పూర్ణాంక ప్రదేశము క్షేత్రము అగును.

(OR/లేదా)

b) If U_1 and U_2 are two ideals of a ring R then prove that $U_1 \cup U_2$ is an ideal of R if and only if $U_1 \subset U_2$ or $U_2 \subset U_1$.

వలయం R కు U_1 మరియు U_2 లు రెండు ఆదర్శాలు అయిన $U_1 \cup U_2$ అనునది R కు ఆదర్శం కావడానికి అవశ్యక పర్యాప్త నియమం $U_1 \subset U_2$ లేదా $U_2 \subset U_1$.

10. a) Prove that an ideal U of a commutative ring R with unity is maximal if and only if the quotient ring $\frac{R}{U}$ is a field.

తత్సమ సహిత వినిమయ వలయం R కి U అనే ఆదర్శము అధికతమ ఆదర్శం కావటానికి అవశ్యక పర్యాప్త నియమం వ్యుత్పన్న వలయం $\frac{R}{U}$ క్షేత్రము అని నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

Roll No. 2029107050013

3*01MAT20

B.A. / B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATIONS, FEBRUARY/MARCH - 2022
(Examination at the end of Third Semester)

Part - II: Mathematics

ABSTRACT ALGEBRA & ABSTRACT ALGEBRA PROBLEM SOLVING
SESSIONS

(Regulation 2020-21)

Time : 3 Hours

Maximum Marks : 75

SECTION - A

విభాగము - ఎ

Answer any FIVE questions. Each question carries 5 marks. (5×5=25)

ఏవైనా ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము. ప్రతి ప్రశ్నకు 5 మార్కులు.

1. If G is the set of even integers, then prove that G is a group with respect to addition.
 G అనునది సరి పూర్ణాంకాల సమితి అయితే సంకలనం దృష్ట్యా G ఒక సమూహమని చూపుము.
2. Show that $\{1, 5, 7, 11\}$ is an abelian group under multiplication modulo 12.
 X_{12} దృష్ట్యా సమితి $\{1, 5, 7, 11\}$ వినిమయ సమూహమును ఏర్పరచునని చూపండి.
3. Prove that a finite nonempty complex H of a group G is a subgroup of G if $a, b \in H \Rightarrow ab \in H$.
 $a, b \in H \Rightarrow ab \in H$ అయితే సమూహము G లో పరిమిత చూన్యేతర ఉపసమితి H ఒక ఉప సమూహమని చూపండి.
4. If M and N are two normal subgroups of a group G then prove that MN is also a normal subgroup of G .
 G లో M, N లు అభిలంబ ఉపసమూహాలయితే G లో MN కూడా ఒక అభిలంబ ఉపసమూహమని చూపండి.
5. Examine whether the permutation $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 8 & 2 & 1 & 9 & 6 & 3 & 7 & 4 \end{pmatrix}$ is even or odd.

ప్రస్తారం $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 8 & 2 & 1 & 9 & 6 & 3 & 7 & 4 \end{pmatrix}$ సరి ప్రస్తారమా లేక బేసి ప్రస్తారమా నిర్ణయించండి.

6. Find the generators of the cyclic group $(\{1,2,3,4,5,6\}, X_7)$

చక్రీయ సమూహము $(\{1,2,3,4,5,6\}, X_7)$ యొక్క జనక మూలకాలన్ని వ్రాయండి.

7. If S is a non-empty subset of a ring R , then prove that S is a subring of R if and only if $a-b \in S$ and $ab \in S$ for all $a, b \in S$.

R కు S ఒక శూన్యేతర ఉపసమితి అయితే R కు S ఒక ఉప వలయం \Leftrightarrow ప్రతి $a, b \in S$ కు $a-b \in S$ మరియు $ab \in S$ అని చూపండి.

8. Define field. Prove that a field has no zero divisors.

క్షేత్రమును నిర్వచించండి. క్షేత్రంలో శూన్య భాజకాలు లేవని చూపండి?

SECTION - B

విభాగము - బి

Answer All the questions. Each question carries 10 Marks.

(5×10=50)

అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము. ప్రతి ప్రశ్నకు 10 మార్కులు.

9. Define a Group. Prove that the set Z of all integers form an abelian group with respect to the operation defined by $a*b = a+b+2, \forall a, b \in G$.

సమూహం ను నిర్వచించండి. పూర్ణాంకాల సమితి Z , $a*b = a+b+2, \forall a, b \in G$ గా నిర్వచించిన యుగ్మ పరిశ్రీయ దృష్ట్యా బిసమయ సమూహం అవుతుందని చూపండి.

(OR)

10. Show that the set $G = \left\{ \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}; \theta \in R \right\}$ is a group under matrix multiplication. Is it commutative?

$G = \left\{ \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}; \theta \in R \right\}$ సమితి మాత్రికా గుణకారం దృష్ట్యా సమూహం అవుతుందని చూపండి.

అది కమ్యూటేటివ్?

11. If H is a non empty complex of a group G , then prove that the necessary and sufficient condition for H to be a subgroup of G is $a, b \in H \Rightarrow ab^{-1} \in H$, where b^{-1} is the inverse of b .

ఒక సమూహం G యొక్క ఒక శూన్యేతర సమితి H ఉప సమూహము కావడానికి అవశ్యక, పర్వాక్ష నియమము $a, b \in H \Rightarrow ab^{-1} \in H$, ఇక్కడ b^{-1} అనునది b యొక్క విలోమము, అని చూపండి.

(OR)

(2)

6. Difference of two numbers is 1660. If 7.5% of one number is 12.5% of the other number, find the two numbers.
రెండు సంఖ్యల భేదము 1660 మరియు ఒక సంఖ్య యొక్క 7.5% రెండవ సంఖ్య యొక్క 12.5% అయితే ఆ రెండు సంఖ్యలను కనుగొనుము.

7. Deekshitha purchased a pressure cooker at $\frac{9}{10}$ th of its selling price and sold it at 8% more than its selling price. Find her gain percent.
దీక్షిత ఒక ప్రెజర్ కుక్కర్ ను దాని అమ్మిన వెలలో $\frac{9}{10}$ వ పంతుకు కొని అమ్మిన వెల కంటే 8% ఎక్కువ కు అమ్మితే ఆమె లాభ శాతమెంత?

8. A,B and C started a business by investing Rs.1,20,000, Rs.1,35,000 and Rs.1,50,000 respectively. Find the share of each, out of an annual profit of Rs.56,700/-
A,B మరియు C లు వరుసగా 1,20,000/-, 1,35,000/-, 1,50,000/-, రూపాయలతో ఒక వ్యాపారాన్ని మొదలు పెట్టారు. ఆ వ్యాపార సంవత్సర ఆదాయం 56,700/-, రూపాయలు అయితే ఒక్కొక్కరి వాటా ఎంత?

SECTION - B

Answer any **Three** questions. Each question carries **10** Marks. (3×10=30)

ఏవైనా మూడు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము. ప్రతి ప్రశ్నకు 10 మార్కులు.

9. i) Find the greatest number which on dividing 1657 and 2037 leaves remainder 6 and 5 respectively.
1657 మరియు 2037 లను భాగిస్తే వరుసగా 6 మరియు 5 లు శేషం వచ్చేటట్లు గరిష్ట సంఖ్యను కనుగొనుము?

ii) At what time between 4 and 5 o'clock will the hands of a clock be at right angle?
గడియారంలో 4 మరియు 5 గంటల మధ్య లంబకోణం ఏ సమయం వద్ద ఏర్పడుతుంది?

10. i) A man sells an article at a profit of 25%. If he had bought it at 20% less and sold it for Rs.10.50 less, he would have gained 30%. Find the cost price of the article.
ఒక వ్యక్తి ఒక వస్తువును 25% లాభానికి అమ్మాడు. అతను ఆ వస్తువును 20% తక్కువకు కొని రూ.10.50 లకు అమ్మితే 30% లాభం వచ్చింది. ఆ వస్తువు కొన్న వెల ఎంత?

ii) A bag contains 50p, 25p, and 10p coins in the ratio 5:9:4, amounting to Rs.206. Find the number of coins of each type.
ఒక సంచితలో 50పై, 25పై మరియు 10పై ల నాణెలు 5:9:4 నిష్పత్తిలో రూ.206 విలువకు సమానంగా ఉన్నాయి. ఏ రకం నాణెలు ఎన్ని ఉన్నాయో కనుగొనుము?



CBCS/ SEMESTER SYSTEM
(W.e.f 2020-21 Admitted Batch)
B.A./B.Sc. MATHEMATICS
COURSE-I, DIFFERENTIAL EQUATIONS
MATHEMATICS MODEL PAPER

Time: 3Hrs

Max.Marks:75M

SECTION - A

Answer any FIVE questions. Each question carries FIVE marks 5 X 5 M=25 M

1. Solve $(1 + e^{x/y}) dx + e^{x/y} (1 - \frac{x}{y}) dy = 0$.
2. Solve $(y - e^{\sin^{-1} x}) \frac{dx}{dy} + \sqrt{1 - x^2} = 0$
3. Solve $y + px = p^2 x^4$.
4. Solve $(px - y)(py + x) = 2p$
5. Solve $(D^2 - 3D + 2)y = \cosh x$
6. Solve $(D^2 - 4D + 3)y = \sin 3x \cos 2x$.
7. Solve $\frac{d^2 y}{dx^2} - 6 \frac{dy}{dx} + 13y = 8e^{3x} \sin 2x$.
8. Solve $x^2 y'' - 2x(1+x)y' + 2(1+x)y = x^3$

SECTION - B

Answer ALL the questions. Each question carries TEN marks. 5 X 10 M = 50 M

9 a) Solve $x \frac{dy}{dx} + y = y^2 \log x$.

(Or)

9 b) Solve $(y + \frac{1}{3}y^3 + \frac{1}{2}x^2) dx + \frac{1}{4}(x + xy^2) dy = 0$.

10 a) Solve $p^2 + 2p \cot x = y^2$.

(Or)

10 b) Find the orthogonal trajectories of the family of curves $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ where 'a' is the parameter.



12. State and prove Lagrange's theorem on finite groups.

పరిమిత సమూహాలపై లెగ్రాంజ్ సిద్ధాంతాన్ని నిర్వచించి, నిరూపించండి.

13. If H is a normal subgroup of a group G , then prove that the set G/H of all cosets of H in G with respect to coset multiplication is a group.

G కు H ఒక అభిలంబ ఉపసమూహము. G లోని H యొక్క సహసమితుల సమితి G/H సహసమితుల గుణకారం దృష్ట్యా ఒక సమూహమని చూపండి.

(OR)

14. If G is a group and $a \in G$, then show that the mapping $f_a: G \rightarrow G$ defined by $f_a(x) = a^{-1}xa, \forall x \in G$ is an automorphism of G .

G ఒక సమూహం మరియు $a \in G$. $f_a: G \rightarrow G$ ప్రమేయం $f_a(x) = a^{-1}xa, \forall x \in G$ గా నిర్వచిస్తే అది G యొక్క తుల్యరూపత అని చూపండి.

15. Prove that the set A_n of all even permutations on n symbols is a normal subgroup of the permutation group S_n of n symbols and $O(A_n) = \frac{1}{2}n!$

n సంకేతాలతో ఏర్పడిన సౌష్ఠవ సమూహము S_n మరియు సరి ప్రస్తారాల సమూహము A_n అయితే S_n లో A_n అభిలంబ ఉపసమూహము అని $O(A_n) = \frac{1}{2}n!$ అని చూపండి.

(OR)

16. If G is a cyclic group of order n and a is a generator of G , then prove that a^m is a generator of G iff $(m, n) = 1$.

ఒక చక్రీయ సమూహము G , n తరగతి కలిగిన a అనే మూలకము చేత జనితమైతే a^m కి జనక మూలకము కావడానికి అవశ్యక పర్యాప్త నియమము m, n లు పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు అని చూపండి.

17. Prove that the set $Z[i] = \{a+ib \mid a, b \in Z, i^2 = -1\}$ of Gaussian integers is an integral domain with respect to addition and multiplication of numbers. Is it a field?

గాసియన్ పూర్ణాంకాల సమితి $Z[i] = \{a+ib \mid a, b \in Z, i^2 = -1\}$ సాధారణ సంకలనం మరియు గుణనం దృష్ట్యా పూర్ణాంక ప్రదేశమవుతుందని చూపండి? ఇది ఒక క్షేత్రమా?

(OR)

18. If U_1, U_2 are two ideals of a ring R , then prove that $U_1 + U_2 = \{x+y \mid x \in U_1, y \in U_2\}$ is also an ideal of R .

R కు U_1, U_2 లు రెండు ఆదర్శాలు అయితే $U_1 + U_2 = \{x+y \mid x \in U_1, y \in U_2\}$ కూడా R కు ఒక ఆదర్శము అని చూపండి.

b) State and prove fundamental theorem of homomorphism of rings.
 వలయ సమరూపతా ప్రాథమిక సిద్ధాంతమును ప్రవచించి నిరూపించుము.

11. a) Find the directional derivative of the function $f = x^2 - y^2 + 2z^2$ at the point $p(1,2,3)$ in the direction of the line PQ where $Q=(5,0,4)$.
 P(1,2,3) వద్ద PQ స్పర్శరేఖ దిశలో $f = x^2 - y^2 + 2z^2$ ప్రమేయానికి దైశిక వ్యుత్పన్నము కనుగొనుము.
 ఇక్కడ $Q=(5,0,4)$.

(OR/లేదా)

b) Prove that $\text{Curl}(A \times B) = A \text{div} B - B \text{div} A + (B \cdot \nabla)A - (A \cdot \nabla)B$.

$\text{Curl}(A \times B) = A \text{div} B - B \text{div} A + (B \cdot \nabla)A - (A \cdot \nabla)B$ అని చూపండి.

12. a) Evaluate $\iint_S F \cdot N ds$ where $F = 18zi - 12j + 3yk$ and S is the part of the plane $2x + 3y + 6z = 12$ located in the first octant.

$F = 18zi - 12j + 3yk$ అయి ప్రథమాష్టమంలో $2x + 3y + 6z = 12$ తలభాగం S అయితే

$\iint_S F \cdot N ds$ ను లెక్కించండి.

(OR/లేదా)

b) If $F = 2xzi - xj + y^2k$ evaluate $\int_V F dv$ where v is the region bounded by the surfaces

$x = 0, x = 2, y = 0, y = 6, z = x^2, z = 4$.

$F = 2xzi - xj + y^2k$ అయి $x = 0, x = 2, y = 0, y = 6, z = x^2, z = 4$ లచే వరిబద్ధమైన అంతరాళము v అయితే $\int_V F dv$ కనుక్కోండి.

13. a) State and prove Gauss's divergence theorem.

గాస్ అపసరణ సిద్ధాంతమును ప్రవచించి నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) Verify Stokes theorem for $F = -y^3i + x^3j$, where S is the circular disc $x^2 + y^2 \leq 1, z = 0$.

$F = -y^3i + x^3j$ అయి $x^2 + y^2 \leq 1, z = 0$ అనే వృత్తాకార డిస్క్ S నకు స్టోక్స్ సిద్ధాంతం సరిచూచండి.

0095647

[Total No. of Pages : 2]

Roll No. _____

5*01MAT15-A
 B.A./B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATIONS, FEBRUARY - 2022
 (Examination at the end of Fifth Semester)
 Part - II : Compulsory Paper
RING THEORY & VECTOR CALCULUS
 (Regulation : 2015-16)

Time : 3 Hours

Maximum Marks : 75

SECTION - A

(5×5=25)

Answer any FIVE questions.

ఏవైనా ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

1. Show that every field is an integral domain.
ప్రతిక్షేత్రము పూర్ణాంకప్రదేశము అని చూపండి.
2. Prove that a field has no proper ideals.
క్షేత్రానికి శుద్ధ ఆదర్శాలు లేవు అని చూపండి.
3. Show that in the ring of integers the ideal generated by prime integer is a maximal ideal.
పూర్ణాంక వలయానికి అభాజ్య సంఖ్యచే జనితమైన ఆదర్శము అధికతమ ఆదర్శము అని చూపండి.
4. If f is a homomorphism of a ring R into a ring R' then show that $\ker f$ is an ideal of R .
వలయము R నుండి వలయము R' కు f ఒక సమరూపత అయితే $\ker f$ అనేది R లో ఆదర్శము అవుతుందని చూపండి.

5. If $F = e^{-t}i + \log(t^2 + 1)j - T \tan t, k$ then find $\frac{dF}{dt}, \frac{d^2F}{dt^2}, \left| \frac{dF}{dt} \right|, \left| \frac{d^2F}{dt^2} \right|$ and $\left(\frac{dF}{dt} \times \frac{d^2F}{dt^2} \right)$ at $t=0$.

$F = e^{-t}i + \log(t^2 + 1)j - T \tan t, k$ అయితే $t=0$ వద్ద $\frac{dF}{dt}, \frac{d^2F}{dt^2}, \left| \frac{dF}{dt} \right|, \left| \frac{d^2F}{dt^2} \right|$ మరియు $\left(\frac{dF}{dt} \times \frac{d^2F}{dt^2} \right)$

విలువలను కనుగొనండి.



11 a) Solve $(D^3 + D^2 - D - 1)y = \cos 2x$.

(Or)

11 b) Solve $(D^2 - 3D + 2)y = \sin e^{-x}$.

12 a) Solve $(D^2 - 2D + 4)y = 8(x^2 + e^{2x} + \sin 2x)$

(Or)

12 b) $\frac{d^2y}{dx^2} + 3\frac{dy}{dx} + 2y = xe^x \sin x$

13 a) Solve $(D^2 - 2D)y = e^x \sin x$ by the method of variation of parameters.

(Or)

13 b) Solve $3x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + y = x$





CBCS/ SEMESTER SYSTEM
(w.e.f. 2020-21 Admitted Batch)
B.A./B.Sc. MATHEMATICS
COURSE-IV, REAL ANALYSIS

Time: 3Hrs

Max.Marks:75M

SECTION - A

Answer any **FIVE** questions. Each question carries **FIVE** marks **5 X 5 M=25 M**

1. Prove that every convergent sequence is bounded.
2. Show that $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{(n+1)^2} + \frac{1}{(n+2)^2} + \dots + \frac{1}{(n+n)^2} \right) = 0$.
3. Test the convergence of the series $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt[3]{n^3 + 1} - n)$.
4. Examine for continuity of the function f defined by $f(x) = |x| + |x - 1|$ at $x=0$ and 1 .
5. Show that $f(x) = x \sin \frac{1}{x}$, $x \neq 0$; $f(x) = 0$, $x = 0$ is continuous but not derivable at $x=0$.
6. Verify Rolle's theorem for the function $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ on $[1, 3]$.
7. If $f(x) = x^2 \forall x \in [0, 1]$ and $p = \left(0, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, 1\right)$ then find $L(p, f)$ and $U(p, f)$.
8. prove that if $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ is continuous on $[a, b]$ then f is R- integrable on $[a, b]$.

SECTION -B

Answer **ALL** the questions. Each question carries **TEN** marks. **5 X 10 M = 50 M**

9.(a) If $s_n = 1 + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots + \frac{1}{n!}$ then show that $\{s_n\}$ converges.

(OR)

(b) State and prove Cauchy's general principle of convergence.

10.(a) State and Prove Cauchy's nth root test.

(OR)



Roll No. _____

5*01MAT15-B
B.A./B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATIONS, FEBRUARY - 2022
(Examination at the end of Fifth Semester)
Part - II: Compulsory Paper
Linear Algebra
(Regulation:2015-16)

Time : 3 Hours

Maximum Marks : 75

PART - A

Answer any FIVE questions.

(5×5=25)

ఏవైనా ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

1. Express the vector $\alpha = (1, -2, 5)$ as a linear combination of the vectors $e_1 = (1, 1, 1)$, $e_2 = (1, 2, 3)$, $e_3 = (2, -1, 1)$
 α సదిశను e_1, e_2, e_3 సదిశల ఋజు సంయోగంగా వ్రాయండి.
2. If S is a Subset of a vector space V(F), then prove that
 a) S is a Subspace of V $\Leftrightarrow L(S) = S$
 b) $L(L(S)) = L(S)$
 S అనునది V(F) అనే సదిశా అంతరాళమునకు ఉపసమితి అయిన
 a) V కి S ఉపాంతరాళము $\Leftrightarrow L(S) = S$
 b) $L(L(S)) = L(S)$ అని నిరూపించండి.
3. Show that the set $\{(1, 0, 0), (1, 1, 0), (1, 1, 1)\}$ is a basis of $C^3(C)$ hence find the Co-ordinates of the vector $(3+4i, 6i, 3+7i)$ in $C^3(C)$
 సదిశాంతరాళము $C^3(C)$ కి సమితి $\{(1, 0, 0), (1, 1, 0), (1, 1, 1)\}$ ఒక ఆధారమగునని చూపి, తద్వారా $C^3(C)$ తో $(3+4i, 6i, 3+7i)$ సదిశకు నిరూపకాలు కనుగొనుము.
4. Show that the system of vectors $(1, 3, 2), (1, -7, -8), (2, 1, -1)$ of $V_3(R)$ is L.D.
 $(1, 3, 2), (1, -7, -8), (2, 1, -1)$ ఋజు పరాధీనాలు అని చూపండి.
5. If the mapping $T:V_3(R) \rightarrow V_2(R)$ is defined by $T(x, y, z) = (x - y, x + z)$ then show that T is a Linear Transformation.
 $T:V_3(R) \rightarrow V_2(R)$ ని $T(x, y, z) = (x - y, x + z)$ అని నిర్వచించిన T ఋజుపరివర్తన అని చూపండి.



Answer any FIVE questions. Eac...

SECTION -B



Answer **ALL** the questions. Each question carries **TEN** marks. 5 X 10 M = 50 M

9(a) A plane meets the coordinate axes in A, B, C.
If the centroid of

Δ

ABC is

(a,b,c), show that the equation of the plane is

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 3.$$

(OR)

(b) A variable plane is at a constant distance p from the origin and meets the axes in A, B, C. Show that the locus of the centroid of the tetrahedron OABC is $x^2 + y^2 + z^2 = 16p^2$.

10(a) Find the shortest distance between the lines

$$\frac{x-3}{3} = \frac{y-8}{-1} = \frac{z-3}{1}; \quad \frac{x+3}{-3} = \frac{y+7}{2} = \frac{z-6}{4}.$$

(OR)

(b) Prove that the lines

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$$

;

$$\frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-4}{5}$$

are coplanar. Also

find their point of intersection and the plane containing the lines.

11(a) Show that the two circles $x^2 + y^2 + z^2 - y + 2z = 0$, $x^2 + y^2 + z^2 - x + 7z = 2$.



12. Let W_1 and W_2 be two subspace of a finite dimensional vector space $V(F)$ then
 $\dim(W_1 + W_2) = \dim W_1 + \dim W_2 - \dim(W_1 \cap W_2)$
 $V(F)$ అనే పరిమిత పరిమాణ సదిశాంతరమునకు W_1, W_2 లు రెండు ఉపాంతరాళములు అయిన
 $\dim(W_1 + W_2) = \dim W_1 + \dim W_2 - \dim(W_1 \cap W_2)$ అని చూపండి

13. State and prove the Rank-Nullity Theorem.

కోటి-శూన్యత సిద్ధాంతం ప్రవచించి నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

14. Describe Explicitly the linear Transformation $T: R^2 \rightarrow R^2$ such that $T(2, 3) = (4, 5)$ and $T(1, 0) = (0, 0)$

$T(2, 3) = (4, 5), T(1, 0) = (0, 0)$ అయిన $T: R^2 \rightarrow R^2$ యొక్క ఋజు పరివర్తన కనుగొనండి.

15. State and prove the Cayley-Hamilton theorem.

కేలీ-హామిల్టన్ సిద్ధాంతము ప్రవచించి నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

16. Find the characteristic roots and the corresponding characteristic vectors of the matrix

$$A = \begin{bmatrix} 8 & -6 & 2 \\ -6 & 7 & -4 \\ 2 & -4 & 3 \end{bmatrix}$$

మాత్రిక యొక్క లాక్షణిక మూలాలు, అనుబంధ లాక్షణిక సదిశలు కనుగొనండి.

17. State and prove the Cauchy-Schwarz's inequality.

కోషి-స్కార్జ్ అసమానతను (or) ప్రవచించి నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

18. Apply Gramschmidt orthogonalisation process obtain an orthonormal basis of R^3 from the basis.

$$\{(2, 1, 3), (1, 2, 3), (1, 1, 1)\}$$

అంతర్లబ్ధాంతరాళము R^3 కి ఆధారము $\{(2, 1, 3), (1, 2, 3), (1, 1, 1)\}$ అయితే గ్రామ్-స్మిత్ పద్ధతిన R^3 కు లంభాభి లంబ ఆధారము కనుగొనండి.

- i) Combining the states P and Q together in 1998, what is the percentage of the candidates qualified to that of the candidates appeared?
 a) 10.87% b) 11.49% c) 12.35% d) 12.54%
- 1998 లో P మరియు Q రాష్ట్రాలను సంయుక్తంగా తీసుకుంటే హాజరైన అభ్యర్థులలో ఉత్తీర్ణత సాధించిన వారి శాతమెంత?
- a) 10.87% b) 11.49% c) 12.35% d) 12.54%
- ii) The percentage of the total number of qualified candidates to the total number of appeared candidates among all the five states in 1999 is:
 a) 11.42% b) 11.84% c) 12.21% d) 12.12%
- 1999 లో అన్ని రాష్ట్రాలలో కలిపి మొత్తం హాజరైన అభ్యర్థులలో ఉత్తీర్ణత సాధించిన వారి శాతమెంత?
- a) 11.42% b) 11.84% c) 12.21% d) 12.12%
- iii) What is the percentage of candidates qualified from state N for all the years together, over the candidates appeared from state N during all the years together?
 a) 12.36% b) 12.16% c) 11.47% d) 11.15%
- అన్ని సంవత్సరాలలో రాష్ట్రము N నుండి మొత్తం హాజరైన అభ్యర్థులలో ఉత్తీర్ణత సాధించిన వారి శాతమెంత?
- a) 12.36% b) 12.16% c) 11.47% d) 11.15%
- iv) What is the average of candidates who appeared from state Q during the given years?
 a) 8700 b) 8760 c) 8810 d) 8990
- రాష్ట్రము Q నుండి అన్ని సంవత్సరాలలో హాజరైన అభ్యర్థుల సరాసరి ఎంత?
- a) 8700 b) 8760 c) 8810 d) 8990
- v) Total number of candidates qualified from all the states together in 1997 is approximately what percentage of the total number of candidates qualified from all the states together in 1998?
 a) 72% b) 77% c) 80% d) 83%
- 1998 లో అన్ని రాష్ట్రాల నుండి అర్హత సాధించిన వారి సంఖ్యలో 1997 లో అన్ని రాష్ట్రాల నుండి అర్హత సాధించిన వారి సంఖ్య యొక్క శాతమెంత?
- a) 72% b) 77% c) 80% d) 83%



(b) Test the convergence of $\sum \frac{x^n}{x^n + a^n}$ ($x > 0, a > 0$).

11.(a) Let $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ be such that

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(a+1)x + \sin x}{x} & \text{for } x < 0 \\ -c & \text{for } x = 0 \\ -\frac{(x+bx^2)^{1/2} - x^{1/2}}{bx^{3/2}} & \text{for } x > 0 \end{cases}$$

Determine the values of a, b, c for which the function f is continuous at $x=0$.

(OR)

(b) Define uniform continuity. If a function f is continuous on $[a, b]$ then f is uniformly continuous on $[a, b]$

12.(a) Using Lagrange's theorem, show that $x > \log(1+x) > \frac{x}{1+x} \forall x > 0$.

(OR)

(b) State and prove Cauchy's mean value theorem.

13.(a) State and prove Riemann's necessary and sufficient condition for R- integrability.

(OR)

(b) Prove that $\frac{\pi^3}{24} \leq \int_0^{\pi} \frac{x^2}{5+3\cos x} dx \leq \frac{\pi^3}{6}$.



11. i) A sum of money amounts to Rs.6690 after 3 years and to Rs.10,035 after 6 years on compound interest. Find the sum.

కొంత మొత్తం చక్ర వడ్డీతో 3 సంవత్సరాలలో రూ.6690 మరియు 6 సంవత్సరాలలో రూ.10,035 అయితే, ఆ మొత్తాన్ని కనుగొనుము?

ii) Vishnu was 4 times as old as his son 8 years ago. After 8 years, Vishnu will be twice as old his son. What are their present ages?

8 సంవత్సరాల క్రితం విష్ణు వయస్సు అతని కొడుకు వయస్సు కంటే నాలుగు రెట్లు మరియు 8 సంవత్సరాల తర్వాత విష్ణు వయస్సు అతని కొడుకు వయస్సు కంటే రెండు రెట్లు అయితే, వారిద్దరి ప్రస్తుత వయస్సు లను కనుగొనుము?

12. i) What was the day of the week on 15th August, 1947?

1947, ఆగష్టు 15 తేదిన ఏ రోజు అవుతుంది?

ii) A, B and C start a business each investing Rs.20,000. After 5 months A withdrew Rs.5,000, B withdrew Rs.4,000 and C invests Rs.6,000 more. At the end of the year, a total profit of Rs.69,900 was recorded. Find the share of each.

A, B మరియు C లు Rs. 20,000 లతో ఒక వ్యాపారం ప్రారంభించారు. 5 నెలల తర్వాత A అనే వ్యక్తి Rs. 5,000 లు, B అనే వ్యక్తి Rs. 4,000 లు విత్‌డ్రా చేసుకుంటే C అనే వ్యక్తి Rs 6,000 లు ఎక్కువ పెట్టుబడి పెట్టాడు. ఒక సంవత్సరం తర్వాత Rs 69,900 లాభం వస్తే ఒక్కొక్కరి వాటా ఎంత?

13. Study the following table carefully and answer these questions.

క్రింది పట్టికను జాగ్రత్తగా చదివి ఇవ్వబడిన ప్రశ్నలకు సమాధానాలు వ్రాయండి.

Number of candidates appeared and qualified in a competitive examination from different states over the years.

(వివిధ రాష్ట్రాలలో ఒక పోటీ పరీక్షకు హాజరైన మరియు అర్హత సాధించిన అభ్యర్థుల సంఖ్య)

Year State	1997		1998		1999		2000		2001	
	App హాజరు	Qual ఉత్తీర్ణత	App హాజరు	Qual ఉత్తీర్ణత	App హాజరు	Qual ఉత్తీర్ణత	App హాజరు	Qual ఉత్తీర్ణత	App హాజరు	Qual ఉత్తీర్ణత
M	5200	720	8500	980	7400	850	6800	775	9500	1125
N	7500	840	9200	1050	8450	920	9200	980	8800	1020
P	6400	780	8800	1020	7800	890	8750	1010	9750	1250
Q	8100	950	9500	1240	8700	980	9700	1200	8950	995
R	7800	870	7600	940	9800	1350	7600	945	7990	885

[Contd...

Roll No. _____

[Total No. of Pages : 4

3*01ANS20

B.A/B.Com./B.Sc./B.Sc(H&HA)/BBA/BCA (CBCS) DEGREE EXAMINATIONS,
FEBRUARY/MARCH - 2022

(Examination at the end of Third Semester)

Part - III: Life Skills
ANALYTICAL SKILLS
(Regulation 2020-21)

Time : 1½ Hours

Maximum Marks : 50

SECTION - A

Answer any Four questions. Each question carries 5 marks. (4×5=20)
ఏవైనా నాలుగు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము. ప్రతి ప్రశ్నకు 5 మార్కులు.

1. What is the unit digit in the product $(3547)^{153} \times (264)^{103}$.
 $(3547)^{153} \times (264)^{103}$ లబ్ధంలో ఒకట్ల స్థానంలో ఉన్న అంకెను కనుగొనుము.
2. Find the LCM of $\frac{9}{10}, \frac{12}{25}, \frac{18}{35}, \frac{21}{40}$
 $\frac{9}{10}, \frac{12}{25}, \frac{18}{35}, \frac{21}{40}$ క.సా.గు ను కనుగొనుము.
3. If 10th March, 2018 is Saturday, What was the day of the week on 25th January, 2010?
2018, మార్చి 10 వ తేదిన శనివారము అయితే 2010, జనవరి 25 వ తేదిన ఏ వారం అవుతుంది.
4. The average of a non-zero number and its square is 5 times the number. Find the number.
ఒక శూన్యేతర సంఖ్య మరియు దాని వర్గానికి గల సరాసరి ఆ సంఖ్య కు ఐదు రెట్లు అయితే ఆ సంఖ్యను కనుగొనుము.
5. Karthik is younger than Vasanth by 7 years. If the ratio of their ages is 7:9, find the age of vasanth.
కార్తిక్ వయస్సు వసంత్ వయస్సు కంటే ఏడు సంవత్సరాలు తక్కువ. వారి వయస్సుల నిష్పత్తి 7:9 అయితే వసంత్ వయస్సు ఎంత?